



โมเมนตัมและการชน

- โมเมนตัม
- แรงดลหรืออัตราการเปลี่ยนแปลงโมเมนตัม
- การดลหรือการเปลี่ยนแปลงโมเมนตัม
 - พื้นที่ใต้กราฟ
- การชน
 - การชนหนึ่งมิติ
 - การชนสองมิติ
 - การระเบิด
- กฎการอนุรักษ์โมเมนตัม



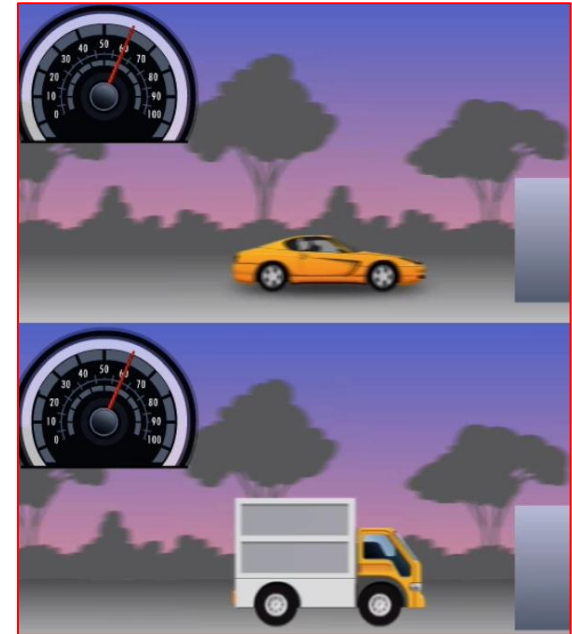
โมเมนตัม

รถคันไหนวิ่งเร็วกว่า?



รถคันไหนเสียหายมากกว่า?

รถคันไหนมวลมากกว่า?



รถคันไหนเสียหายมากกว่า?



→ รถคันที่มีความเร็วมากจะเสียหายมากกว่า

→ รถคันที่มีมวลมากจะเสียหายมากกว่า



โมเมนตัม

“ ถ้ามีแรงลัพธ์ที่ไม่เป็นศูนย์กระทำต่อวัตถุ วัตถุจะเปลี่ยนสภาพการเคลื่อนที่ ”

มี F ทำให้เร็วขึ้น, ช้าลง, เปลี่ยนทิศ

สภาพการเคลื่อนที่ : ขึ้นมวลและความเร็ว เรียกว่า **โมเมนตัม** (\vec{p})

$$\vec{p} \propto \vec{v}$$

$$\vec{p} = m\vec{v}$$

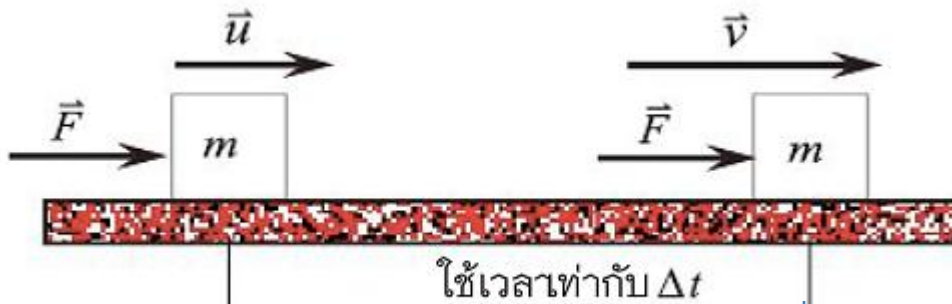
หน่วย $kg \frac{m}{s}$

→ รถคันที่มีความเร็วมาก }
→ รถคันที่มีมวลมาก } → รถคันที่มีโมเมนตัมมาก



แรงหรืออัตราการเปลี่ยนแปลงโมเมนตัม

“ ถ้ามีแรงลัพธ์ที่ไม่เป็นศูนย์กระทำต่อวัตถุ วัตถุจะเปลี่ยนสภาพการเคลื่อนที่ ”



มี F ทำให้เร็วขึ้น, ช้าลง, เปลี่ยนทิศ

กฎนิวตัน : $\sum \vec{F} = m\vec{a}$

$$\vec{F} = \frac{m(\vec{v} - \vec{u})}{\Delta t}$$

$$\vec{F} = \frac{m\vec{v} - m\vec{u}}{\Delta t}$$

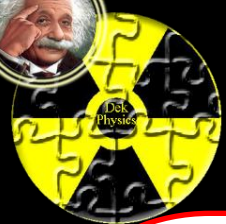
$$\vec{F} = \frac{\vec{p}_2 - \vec{p}_1}{\Delta t}$$

$$\vec{F} = \frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t}$$

\vec{p}_1 : โมเมนตัมของวัตถุก่อนถูกแรงกระทำ

\vec{p}_2 : โมเมนตัมของวัตถุหลังถูกแรงกระทำ

$\Delta \vec{p}$: โมเมนตัมของวัตถุที่เปลี่ยนไป



การดลหรือการเปลี่ยนแปลงโมเมนตัม

$$\vec{F} = \frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t} \quad \text{“แรงลัพธ์ที่กระทำต่อวัตถุเท่ากับอัตราการเปลี่ยนแปลงโมเมนตัม”}$$

“ถ้าแรงลัพธ์กระทำต่อวัตถุในเวลาสั้นๆ จะเรียกว่า แรงดล (impulsive force)”

$$\vec{F} = \frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t}$$

“แรงดล” $\left\{ \vec{F} = \frac{m\vec{v} - m\vec{u}}{\Delta t} \right.$

$$\underbrace{\vec{F} \Delta t}_{\text{“การดล”}} = \underbrace{\Delta \vec{p}}_{\text{“การเปลี่ยนแปลงโมเมนตัม”}}$$

“การดล” “การเปลี่ยนแปลงโมเมนตัม”

การเปลี่ยนแปลงโมเมนตัมเกิดจาก การดล
เรียก “ทฤษฎี การดล-โมเมนตัม”

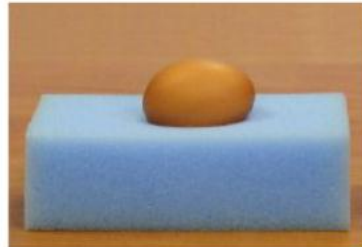
การดล (Impulse) $\vec{I} = \vec{F} \Delta t = \Delta \vec{p} = m\vec{v} - m\vec{u}$



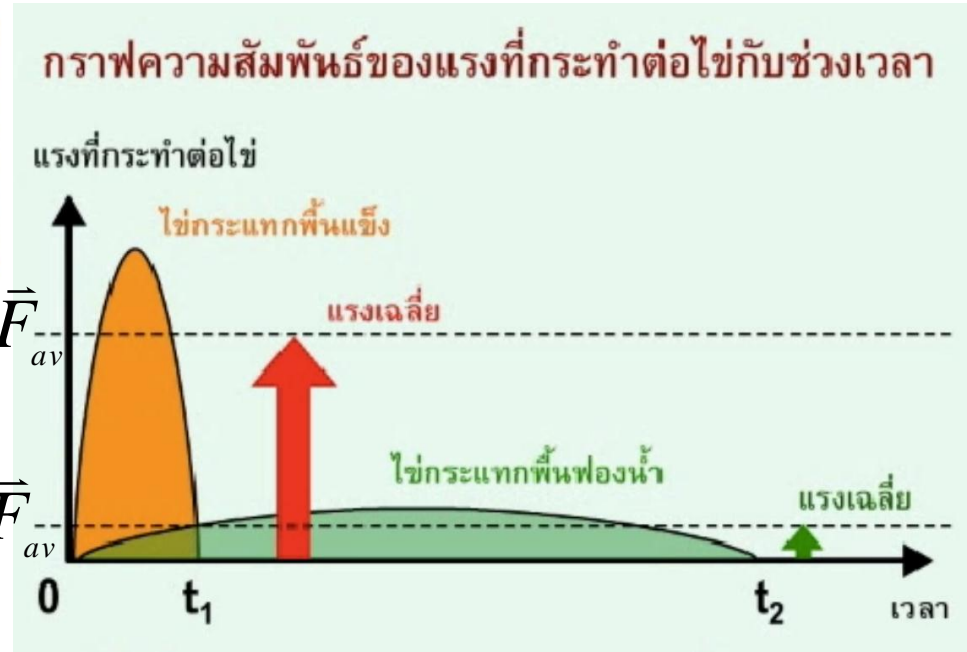
พื้นที่ใต้กราฟ



ก. ไข่กระทบพื้นแข็ง

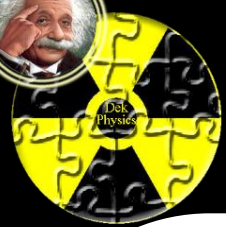


ข. ไข่กระทบฟองน้ำ



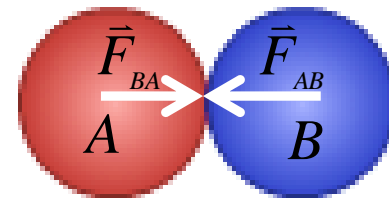
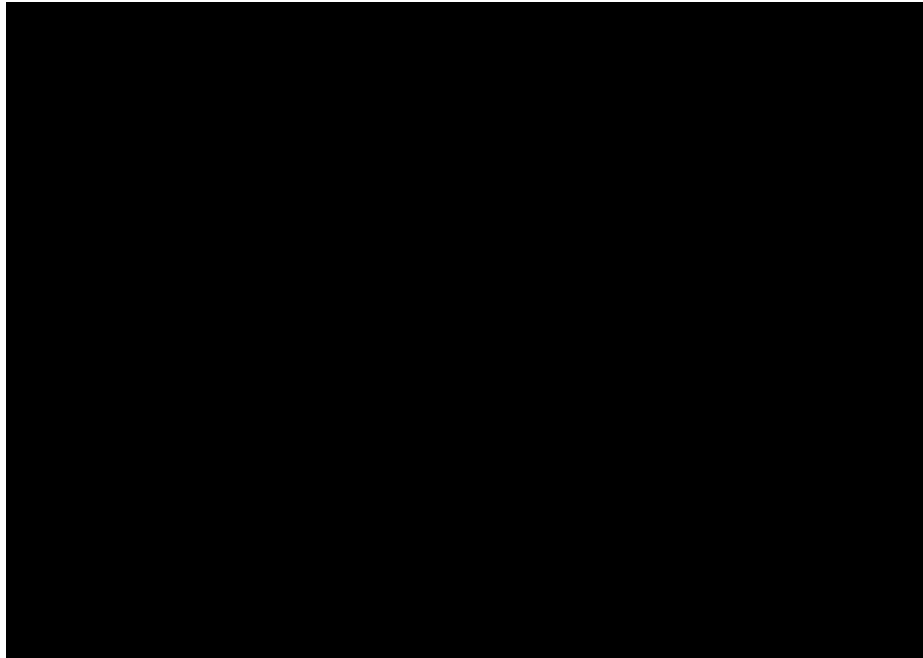
“พื้นที่ใต้กราฟ เท่ากับการดล หรือการเปลี่ยนแปลงโมเมนตัม”

$$\vec{I} = \vec{F} \Delta t = \Delta \vec{p} = m\vec{v} - m\vec{u}$$



กฎการอนุรักษ์โมเมนตัม

“พิจารณา ขณะชนกัน (เมื่อไม่มีแรงไม่อนุรักษ์) ตามกฎการเคลื่อนที่ข้อที่ 3 ของนิวตัน”



$$\vec{F}_{BA} = -\vec{F}_{AB}$$

$$m_B \frac{(\vec{v}_B - \vec{u}_B)}{\Delta t} = -m_A \frac{(\vec{v}_A - \vec{u}_A)}{\Delta t}$$

$$m_B \vec{v}_B - m_B \vec{u}_B = -m_A \vec{v}_A + m_A \vec{u}_A$$

$$m_A \vec{u}_A + m_B \vec{u}_B = m_A \vec{v}_A + m_B \vec{v}_B$$

\vec{F}_{BA} : แรงที่วัตถุ A กระทำต่อ B

\vec{F}_{AB} : แรงที่วัตถุ B กระทำต่อ A

Δt : ช่วงเวลาขณะชนกัน

“โมเมนตัมก่อนชนเท่ากับโมเมนตัมหลังชน”



การชน (Collision)



“ลูกแรกชนแล้วจะถ่ายโอนโมเมนตัมทั้งหมดให้ลูกที่สอง แล้วลูกแรกจึงหยุดนิ่ง ลูกสองจะถ่ายโอนโมเมนตัมให้ลูกถัดไป จนถึงลูกสุดท้ายจึงกระเด็นออกไป”

การชนของลูกเหล็กที่มวลเท่ากันทุกลูก เป็นการชนที่ไม่มีการสูญเสียพลังงานจลน์ นั่นคือ พลังงานจลน์ก่อนชนเท่ากับหลังชน เรียก **“การชนแบบยืดหยุ่น”**

$$\sum E_{Ki} = \sum E_{Kf}$$

$$\sum \vec{p}_i = \sum \vec{p}_f$$

“พลังงานจลน์และโมเมนตัมของระบบจะคงตัว”



การชนแบบยืดหยุ่น-หนึ่งมิติ

Final velocity of ball 1 v_{1f}

Final velocity of ball 2 v_{2f}

Initial velocity of ball 1 v_{1i}

Initial velocity of ball 2 v_{2i}

Mass of ball 1 m_1

Mass of ball 2 m_2

start

reset

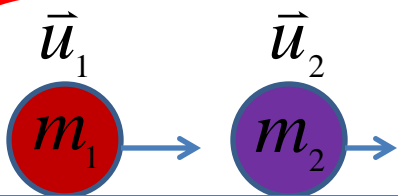
$$\sum E_{Ki} = \sum E_{Kf}$$

$$\sum \vec{p}_i = \sum \vec{p}_f$$

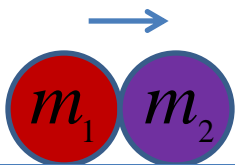
“พลังงานจลน์และโมเมนตัมของระบบจะคงตัว”



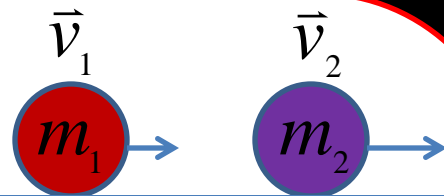
การชนแบบยืดหยุ่น-หนึ่งมิติ



“ก่อนชน”



“ขณะชน”



“หลังชน”

$$\sum \vec{p}_i = \sum \vec{p}_f$$

$$m_1 \vec{u}_1 + m_2 \vec{u}_2 = m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2$$

$$m_1 u_1 - m_1 v_1 = m_2 v_2 - m_2 u_2$$

$$m_1 (u_1 - v_1) = m_2 (v_2 - u_2) \quad \text{--- (1)}$$

$$\sum E_{Ki} = \sum E_{Kf}$$

$$\frac{1}{2} m_1 u_1^2 + \frac{1}{2} m_2 u_2^2 = \frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2$$

$$m_1 u_1^2 - m_1 v_1^2 = m_2 v_2^2 - m_2 u_2^2$$

$$m_1 (u_1^2 - v_1^2) = m_2 (v_2^2 - u_2^2) \quad \text{--- (2)}$$

$$\frac{m_1 (u_1^2 - v_1^2)}{m_1 (u_1 - v_1)} = \frac{m_2 (v_2^2 - u_2^2)}{m_2 (v_2 - u_2)}$$

$$(u_1 + v_1) = (u_2 + v_2)$$

$$\frac{(u_1 - v_1)(u_1 + v_1)}{(u_1 - v_1)} = \frac{(v_2 - u_2)(v_2 + u_2)}{(v_2 - u_2)}$$

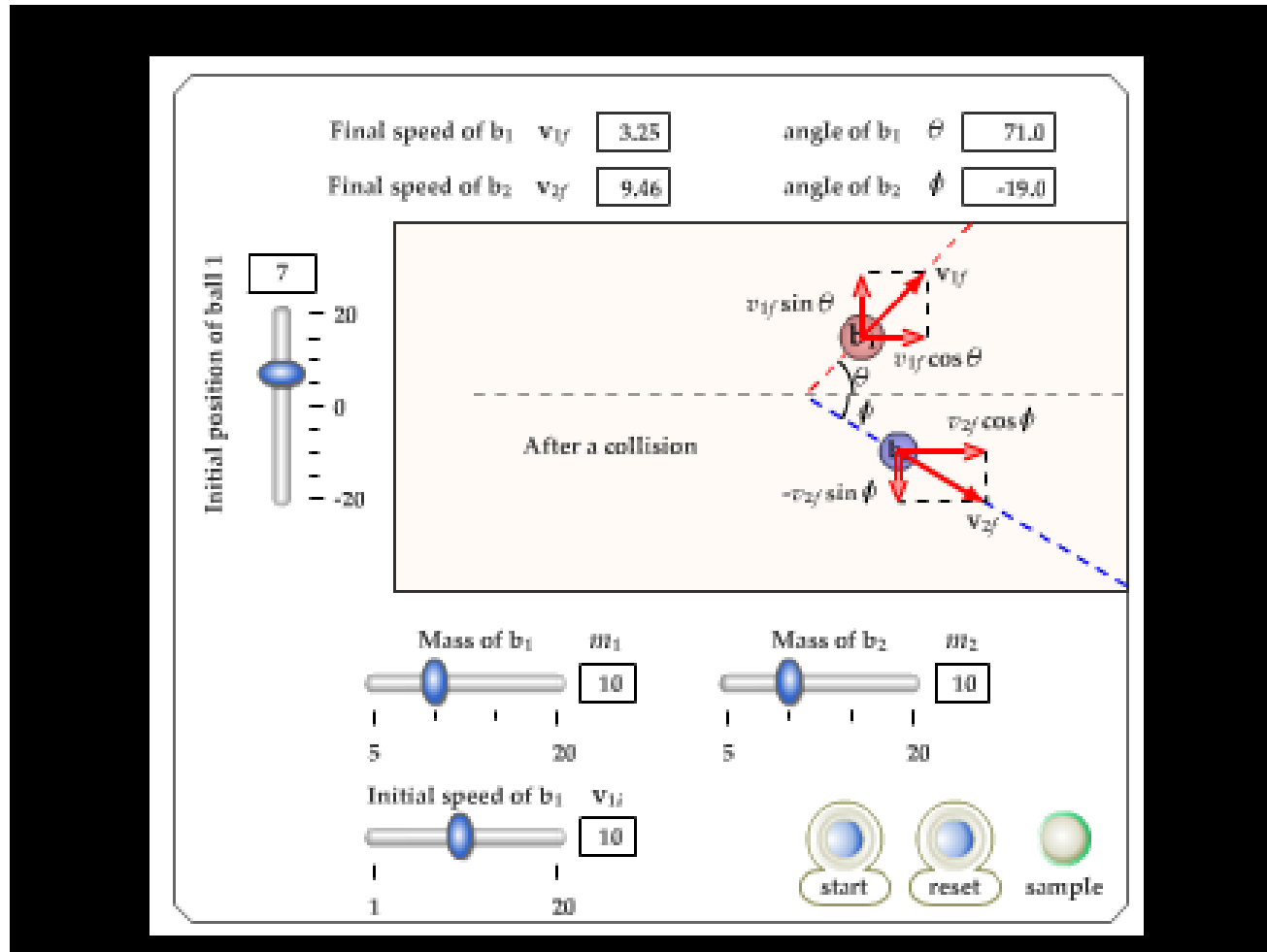
$$(u_1 + v_1) = (u_2 + v_2)$$

“การชนแบบยืดหยุ่น 1 มิติ”



การชนแบบยืดหยุ่น-สองมิติ

“พลังงานจลน์และโมเมนตัมของระบบจะคงตัว”



$$\sum E_{Ki} = \sum E_{Kf}$$

$$\sum \vec{p}_i = \sum \vec{p}_f$$

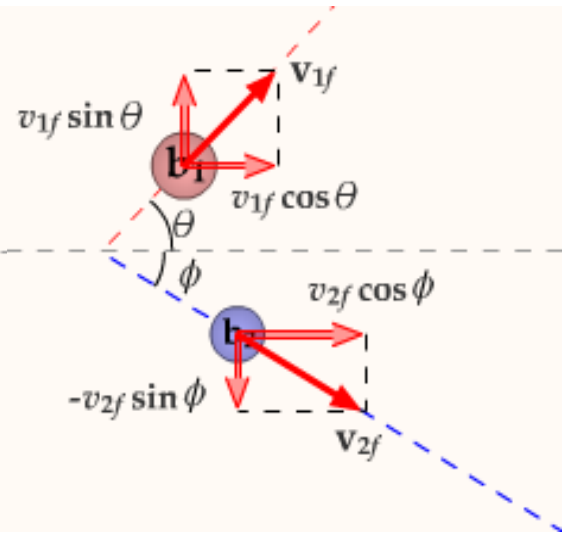
$m_1 = m_2$ “หลังชนจะทำมุมกัน 90 องศา”



การชนแบบยืดหยุ่น-สองมิติ

\vec{u}_1
 b_1
 m_1

\vec{u}_2
 b_2
 m_2



$$\sum \vec{p}_i = \sum \vec{p}_f$$

แกน X : $m_1 u_1 + 0 = m_1 v_1 \cos \theta + m_2 v_2 \cos \phi$

แกน Y : $0 + 0 = m_1 v_1 \sin \theta + m_2 (-v_2 \sin \phi)$

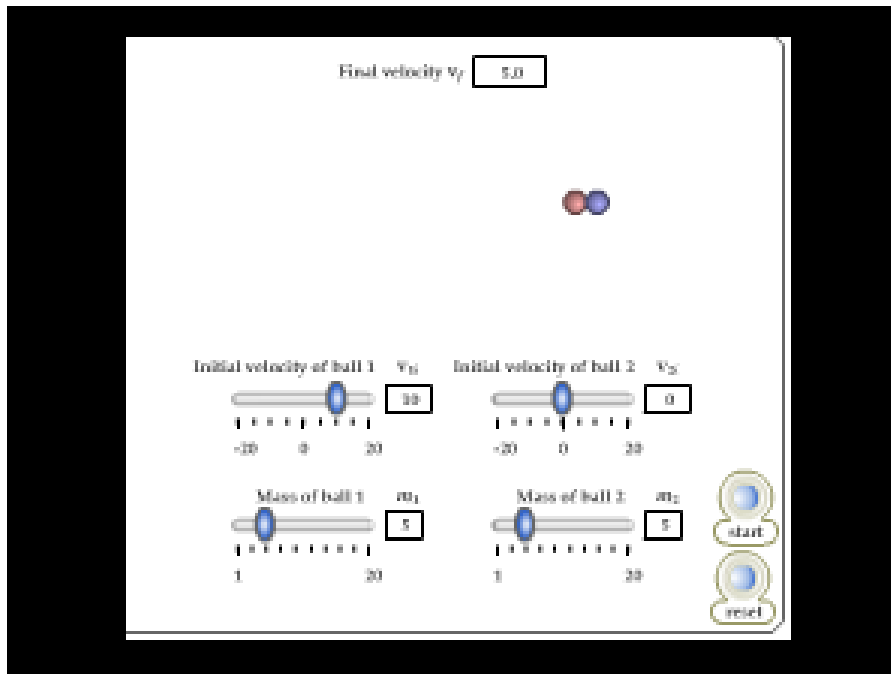
$$\sum E_{Ki} = \sum E_{Kf}$$

$$\frac{1}{2} m_1 u_1^2 + 0 = \frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2$$



การชนแบบไม่ยืดหยุ่น

1. การชนแล้วติดกันไปเป็นก้อนเดียวกัน



$$\sum E_{Ki} \neq \sum E_{Kf}$$

$$\sum \vec{p}_i = \sum \vec{p}_f$$

“พลังงานจลน์ไม่คงตัว แต่โมเมนตัมของระบบจะคงตัว”

2. การชนแล้วกระเด็นออกจากกัน



“งานที่ทำให้กันชนบิดเบี้ยวเอากลับมาในรูปพลังงานจลน์ของรถไม่ได้”



การชนแบบไม่ยืดหยุ่นสมบูรณ์

การชนแล้วติดกันไปเป็นก้อนเดียวกัน เรามักเรียกว่า “การชนแบบไม่ยืดหยุ่นสมบูรณ์”

Final velocity v_f

Initial velocity of ball 1 v_{1i} Initial velocity of ball 2 v_{2i}

Mass of ball 1 m_1 Mass of ball 2 m_2

start
reset

$$\sum E_{Ki} \neq \sum E_{Kf}$$

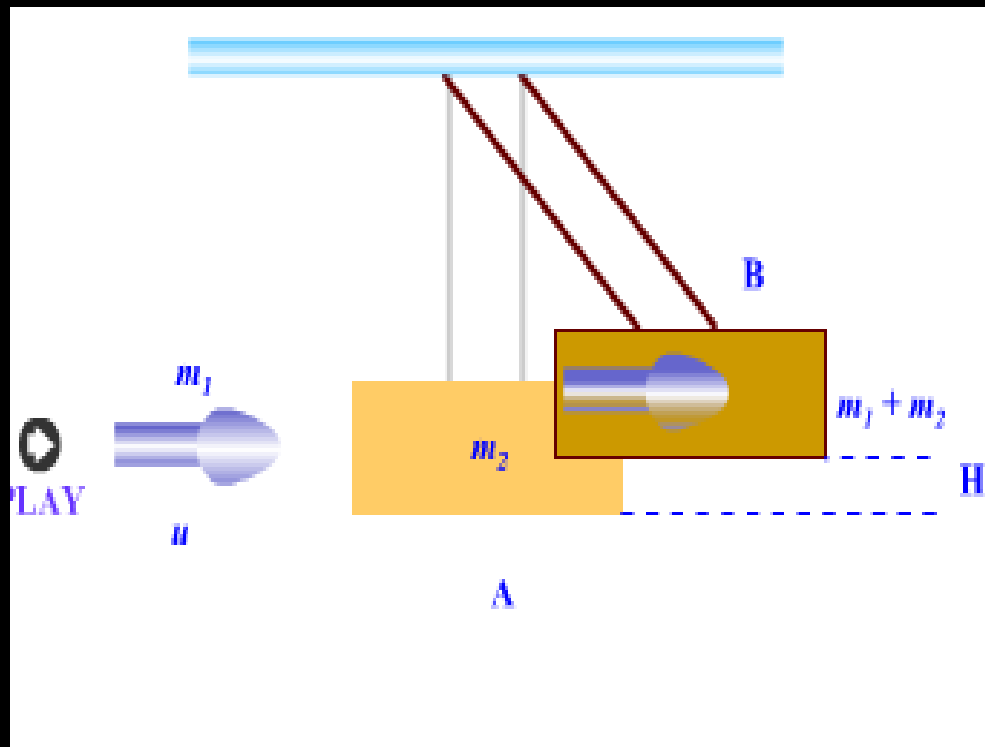
$$\sum \vec{p}_i = \sum \vec{p}_f$$

“พลังงานจลน์ไม่คงตัว แต่โมเมนตัมของระบบจะคงตัว”



ประยุกต์โมเมนตัมและการชน

The Ballistic Pendulum ซึ่งประกอบด้วยแท่งไม้แขวนไว้ด้วยเชือกน้ำหนักเบา นำมาใช้ในการหาความเร็วของวัตถุ โดยอาศัยหลักการชนแบบไม่ยืดหยุ่นของวัตถุ





ประกยุคต์โมเมนตัมและการชน

เดิมกระสุนและปืนอยู่ด้วยกัน หลังยิงแยกออกจากกัน (การระเบิด)
สามารถหาความเร็วของลูกปืนที่ถูกยิงออกไปได้

